

МІНІСТЕРСТВО КУЛЬТУРИ І ТУРИЗМУ УКРАЇНИ

Державний методичний центр навчальних закладів
культури і мистецтв України

**ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ
ВИМІРЮВАННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ
НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ
З КУРСУ «МАТЕМАТИКА»**

Методичні рекомендації
для вищих навчальних закладів культури і мистецтв
I-II рівнів акредитації

Київ – 2006

МІНІСТЕРСТВО КУЛЬТУРИ І ТУРИЗМУ УКРАЇНИ

**Державний методичний центр навчальних закладів
культури і мистецтв України**

**ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ
ВИМІРЮВАННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ
НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ
СТУДЕНТІВ
З КУРСУ «МАТЕМАТИКА»**

**Методичні рекомендації
для вищих навчальних закладів культури і мистецтв
I-II рівнів акредитації**

Київ – 2006

Укладач О.М. ЯКИМІВ викладач Тереховлянського вищого училища культури

Рецензенти: І.І. ДРІНЬ доцент кафедри вищої математики та інженерно-технічних дисциплін Чернівецького торговельно-економічного інституту, кандидат фізико-математичних наук

Р.П. ЛУЦКІВ Заслужений вчитель України вчитель Тереховлянської №1 загально-освітньої школи І-ІІІ ступенів

Редактор
Відповідальний за випуск Т.Ф. СТРОНЬКО

© Державний методичний центр навчальних закладів культури і мистецтв, 2006 р.

Вступ

З метою гуманізації освіти методологічної переорієнтації навчального процесу з інформативної форми навчання на шлях розвитку особистості, впровадження особистісно орієнтованого підходу до навчання та підвищення якості й об'єктивності оцінювання в системі загальної середньої освіти введено нові критерії оцінювання навчальних досягнень учнів відповідно до спільної Постанови Міністерства освіти і науки України та Академії педагогічних наук України «Про впровадження 12-бальної шкали оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти» №428/48 від 04.09.2000 р.

Для забезпечення наступності та узгодженості при підготовці учнів загальноосвітніх навчальних закладів і студентів вищих навчальних закладів І–ІІ рівнів акредитації, які навчаються на основі базової загальної середньої освіти, доцільно в загальноосвітній підготовці цих студентів зберегти загальні підходи до оцінювання навчальних досягнень учнів у системі середньої освіти.

1. Критерії оцінювання навчальних досягнень з математики студентів першого курсу вищих навчальних закладів культури і мистецтв першого та другого рівнів акредитації

1.1. Вихідні положення

Навчання студентів першого курсу вищих навчальних закладів культури і мистецтв першого та другого рівнів акредитації за цілями, змістом, формами повинно бути узгодженим з навчанням у середніх навчально-виховних закладах. Згідно з напрямками реформування загальної середньої освіти оцінювання навчальних досягнень студентів першого курсу повинно ґрунтуватись на позитивному принципі, що передбачає передусім врахування рівня досягнень студента, а не ступеня його невдач. Навчальні досягнення студентів характеризуються чотирма рівнями: початковим, середнім, достатнім, високим. На відміну від загальних середніх навчально-виховних закладів вважається, що студент задовольняє вимоги до підготовки молодших спеціалістів і переводиться на другий курс, якщо він досяг принаймні середнього рівня. Запропоновані нижче критерії базуються на загально визнаній дидактичній кваліфікації рівнів навчальних досягнень учнів загальноосвітніх навчальних закладів, що відповідає сучасному стану педагогічних досліджень. Оцінювання якості математичної підготовки студентів здійснюється в двох аспектах: рівень оволодіння теоретичними знаннями та якість практичних умінь та навиків. У наведених критеріях різниця між рівнями встановлюється якісно, характеристики рівнів суттєво відрізняються насамперед рівнем оволодіння пізнавальними видами діяльності. Йдеться про принцип змі-

новання «відтінків» досягнень, що повністю відповідає практиці виставлення оцінок з «+» і «-», яка і була відправною для введення нових критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів у загальних середніх навчально-виховних закладах. Основними видами оцінювання навчальних досягнень студентів є тематичне і підсумкове. Студент має право на підвищення семестрової та річної оцінок. Оцінювання здійснюється не за абсолютними критеріями, а за відносними. Відокремлення оцінювання навчальних досягнень студентів у навчальних закладах від стандартизованого їх оцінювання в належних центрах діагностики є головним засобом розв'язання протиріччя між контролюючою та іншими функціями оцінки.

1.2. Критерії оцінювання навчальних досягнень

Рівень навчальних досягнень	Кількість балів	Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів
1	2	3
I початковий	1	Студент розпізнає основні об'єкти, виконує однокрокові завдання
	2	Студент фрагментарно відтворює незначну частину означень, понять математики, формулювання тверджень і правил; виконує найпростіші завдання за зразком, припускаючи деякі помилки
	3	Студент фрагментарно відтворює означення основних понять математики, формулювання тверджень і правил; виконує, хоча і з помилками, елементарні завдання за зразком.
II середній	4	Студент відтворює значну частину означень, формулювань тверджень, правил, при цьому можливі принципові помилки; виконує за зразком завдання з чітко заданими цілями і відомими йому засобами їх досягнення, реалізація яких складається з репродуктивних видів діяльності в невеликій кількості, але не завжди може проконтролювати правильність виконання застосованих дій

1	2	3
II середній	5	Студент відтворює означення основних понять і формулювання найважливіших тверджень, правил без суттєвих помилок; виконує за зразком завдання з чітко заданими цілями і відомими йому засобами їх досягнення, реалізація яких складається з репродуктивних видів діяльності в невеликій кількості, може перевіряти правильність виконання застосованих дій
	6	Студент відтворює значну частину означень математичних понять, формулювання тверджень, правил, без суттєвих помилок; виконує за зразком завдання з чітко заданими цілями і відомими йому засобами їх досягнення, реалізація яких складається з репродуктивних видів діяльності, контролює правильність виконання застосованих дій
III достатній	7	Студент в основному володіє навчальним матеріалом, а саме: відтворює означення більшості понять математики, розуміє зв'язки між ними, застосовує їх у стандартних ситуаціях; обґрунтування правил, але можливо не в повному обсязі; виконує, хоча і з неповним поясненням, типові завдання, в яких цілі задано чітко, вибір і реалізація засобів їх досягнення не потребує продуктивної діяльності; систематично контролює правильність виконання застосованих дій
	8	Студент достатньо володіє навчальним матеріалом, а саме: відтворює означення понять математики, встановлює зв'язки між ними, правильно застосовує їх у стандартних ситуаціях; правильно посилається на твердження, виконує з повним поясненням типові завдання, в яких цілі задано чітко, вибір і реалізація засобів їх досягнення не потребує продуктивної діяльності; аналізує правильність одержаних результатів

1	2	3
III достатній	9	Студент вільно володіє навчальним матеріалом, а саме: відтворює означення понять математики, встановлює зв'язки між ними, правильно застосовує їх у стандартних ситуаціях; виконує з повним поясненням типові завдання, в яких цілі задано чітко, вибір і реалізація засобів їх досягнення не потребує продуктивної діяльності; володіє навиками самоконтролю.
IV високий	10	Студент міцно володіє навчальним матеріалом, а саме: відтворює означення понять математики, встановлює зв'язки між ними, застосовує їх у ситуаціях, що відрізняються від стандартних; виявляє недоліки в міркуваннях; виконує в межах навчальної програми завдання, в яких цілі задано чітко, пошук засобів їх досягнення та їх реалізація потребують реконструктивної діяльності, зокрема, вміє застосовувати вивчені правила для отримання окремих нових фактів, володіє навиками самоконтролю; оцінює результати виконання завдань, хоча і несистематично.
	11	Студент на високому рівні володіє навчальним матеріалом, а саме: відтворює означення понять математики, встановлює зв'язки між ними, застосовує їх у ситуаціях, що відрізняються від стандартних; бачить винятки, граничні випадки, розуміє основні ідеї і методи; виконує в межах навчальної програми завдання, в яких цілі задано досить чітко, пошук засобів їх досягнення та їх реалізація потребують продуктивної діяльності; володіє навиками самоконтролю, постійно оцінює результати виконання завдань.

1	2	3
IV високий	12	Студент глибоко володіє навчальним матеріалом, а саме: відтворює означення понять математики, встановлює зв'язки між ними, застосовує їх і в нестандартних ситуаціях проводить порівняння; виявляє заховані припущення, розуміє основні ідеї і методи; уміє самостійно висувати і перевіряти гіпотези, здатний узагальнювати та систематизувати навчальний матеріал; якісно виконує стандартні і нестандартні завдання, зокрема, здатний уточнювати цілі завдання, проводити порівняння засобів їх досягнення; володіє навиками самоконтролю, якісно оцінює результати своєї пізнавальної діяльності.

2. ТЕМАТИЧНИЙ І ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ

2.1. Загальні положення

Вимірювання і оцінювання навчальних досягнень студентів з математики здійснюється шляхом організації тематичного (за підсумками вивчення теми) та підсумкового (залікового) контролю (за семестр чи за весь курс навчання).

Тематичне і підсумкове оцінювання навчальних досягнень студентів з математики здійснюється в письмовій формі. Це підвищує можливість забезпечення об'єктивності контролю, створює однакові умови для всіх студентів.

Найбільш ефективним засобом представлення результатів навчання з математики є система завдань, що відображають основні види математичної діяльності студентів. Тому підсумковий контроль здійснюється насамперед шляхом проведення контрольних робіт, складених з математичних задач. Такі контрольні роботи певною мірою характеризують оволодіння студентами теоретичним матеріалом, а саме: поняттями, зв'язками між ними, фактами та їх застосуваннями.

2.2. Вимоги до контрольних робіт

Якісне вимірювання навчальних досягнень з математики за допомогою контрольних робіт ставить певні вимоги до їх змісту. Насамперед контрольна робота повинна забезпечувати перевірку володіння студентами основними видами математичної діяльності, що передбачаються на середньому рівні, тобто на рівні, достатньому для продовження навчання. Крім того, вона повинна забезпечити якісну диференціацію результатів навчання з теми. Одночасне забезпечення цих вимог, із врахуванням бюджету часу на контроль, потребує відповідної форми представлення контролюючих матеріалів. Однією з ефективних форм, що здатна забезпечити ці вимоги, є так звана сюжетна побудова контрольного завдання. Вона передбачає формулювання декількох завдань до однієї умови, що з різних боків досліджують зазначений в умові головний об'єкт. Контрольне завдання може складатися з одного або декількох сюжетів.

2.3. Оцінювання навчальних досягнень студентів з математики

Важливим етапом вимірювання навчальних досягнень є оцінювання. Якість оцінювання залежить насамперед від якості засобів вимірювання, від технології перевірки робіт і виставлення оцінки.

При перевірці контрольних робіт доцільно спочатку оцінити розв'язання кожного завдання, незалежно від його рівня, за системою "плюс-мінус". Зокрема,

«+» (плюс) виставляється за завдання, розв'язання якого є правильним і достатньо обгрунтованим;

«±» (плюс-мінус) виставляється за завдання, розв'язання якого є правильним за структурою, але містить помилки в обчисленнях, запису виразів, що призвели до неправильної відповіді; має значні прогалини в обгрунтуванні;

« $\bar{+}$ » (мінус-плюс) виставляється за завдання, розв'язання якого містить елементи правильного підходу, але містить суттєві помилки, зокрема, логічного характеру;

«-» (мінус) виставляється у випадку, якщо в роботі студента відсутні навіть елементи правильних підходів до розв'язання завдання.

Кожне завдання контрольної роботи оцінюється трьома, чотирма, п'ятьма балами залежно від рівня його складності. Трьома балами оцінюються завдання середнього (базового) рівня. У роботі вони відмічені знаком °. Чотирма балами оцінюються завдання достатнього (основного) рівня. У завданнях вони ніяк не відмічені. П'ять балів нараховується за завдання високого (просунутого) рівня. У завданнях вони відмічені зірочкою *.

Нарахування балів за розв'язання завдання здійснюється за схемою:

Результат оцінювання	+	±	$\bar{+}$	-
Кількість балів				
3	3	2	1	0
4	4	3	1	0
5	5	4	2	0

Якщо студент не починав виконання завдання, то це відмічається знаком "в" - відсутнє і оцінюється в "0" балів.

Таким чином, викладач перевіряє кожне завдання роботи і виставляє на полях оцінки в системі "плюс-мінус". Потім ці результати він заносить у таблицю, аналогічну наведеній нижче, на першій сторінці роботи студента і проставляє бали за зазначеною схемою, а також підраховує загальну кількість балів. Це і є оцінка роботи в балах.

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Всього
Кількість балів	3	2	1	3	3	1	3	3	В	19

Виставлення оцінки у вибраній 12-бальній шкалі здійснюється шляхом конвертації (переводу) оцінки в балах у 12-бальну шкалу. Процедура конвертації здійснюється на емпіричних засадах за відносними критеріями. Межі первинних балів для визначення оцінки в стандартизованій шкалі встановлюються викладачем відповідно до результатів навчання різних груп студентів. Наприклад, нехай максимальна кількість балів за роботу становить 37 балів. У групі є три студенти, які можуть претендувати на 12 балів. Нехай вони набрали

відповідно 31, 33, 21 балів. Останній результат не беремо до уваги. І оцінку "12" будемо виставляти, якщо студент набрав від 31 до 37 балів. Так само формуються критерії і для інших оцінок. Якщо цю процедуру реалізувати на вибірці достатньо великого обсягу, або декілька разів, то отримаємо критерії цілком об'єктивного оцінювання навчальних досягнень студентів.

3. Тексти контрольних робіт

3.1. Характеристика текстів

Тексти контрольних робіт призначені для проведення тематичного і підсумкового (залікового) контролю навчальних досягнень студентів першого курсу вищих навчальних закладів культури і мистецтв I-II рівнів акредитації, які навчаються на базі загальної середньої освіти. Вони орієнтовані на проект програми з математики. Всього пропонується провести 10 тематичних і дві підсумкові (залікові) контрольні роботи.

Запропонована система контрольних робіт складена на підставі положень, що наведені в п.2. Завдання середнього рівня відзначені знаком °. Інші завдання передбачають перевірку знань на більш високому рівні.

Тематичні контрольні роботи наведено до кожної теми програми у двох варіантах, близьких за змістом та складністю завдань. Їх виконання потребує в середньому 75 хвилин. Підсумкові (залікові) контрольні роботи призначені для оцінювання навчальних досягнень студентів за I і II семестри. Вони розраховані на 90 хвилин.

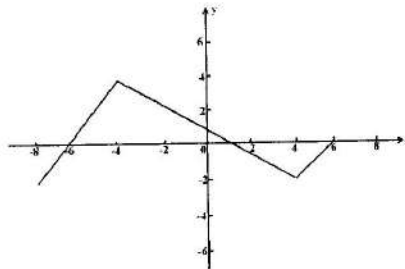
3.2. Тематичні контрольні роботи

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ФУНКЦІЮ

ТК-1

Варіант I

I. Для функції, графік якої зображено на малюнку, знайти:



- 1°. Область її визначення.
- 2°. Множину її значень.
- 3°. Проміжки зростання та спадання.
- 4°. Значення аргументу, для яких значення функції дорівнює нулю.
- 5°. Проміжки, на яких функція набуває додатних та від'ємних значень.

II. Знайти область визначення функції:

$$\text{a) } y = \frac{3x-1}{x+5}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x-10}.$$

III. Дослідити функцію на зростання або спадання:

$$\text{a) } y = 3x + 1; \quad \text{б) } y = 4 - x^3.$$

IV. Дослідити на парність і непарність функцію:

$$\text{a) } y = 8x; \quad \text{б) } y = \frac{1-2x^3}{x+2}.$$

V. Дано функцію $f(x) = \frac{6x-4}{1-x}$. Знайти:

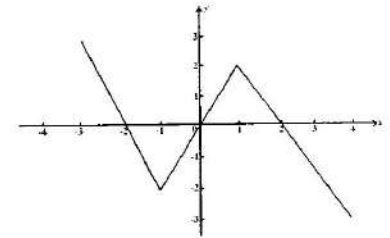
$$\text{a) } f(0); \quad \text{б) } f(-1).$$

ТК-1

Варіант II

I. Для функції, графік якої зображено на малюнку, знайти:

- 1°. Область її визначення.
- 2°. Множину її значень.
- 3°. Проміжки зростання та спадання.
- 4°. Значення аргументу, для яких значення функції дорівнює нулю.
- 5°. Проміжки, на яких функція набуває додатних та від'ємних значень.



II. Знайти область визначення функції:

$$\text{a) } y = \frac{1-5x}{x-4}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x+11}.$$

III. Дослідити функцію на зростання або спадання:

$$\text{a) } y = 1 - 4x; \quad \text{б) } y = x^3 + 5.$$

IV. Дослідити на парність і непарність функцію:

$$\text{a) } y = 6x^2; \quad \text{б) } y = \frac{3x^3 - 1}{4 - x}.$$

V. Дано функцію $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$. Знайти:

$$\text{a) } f(1); \quad \text{б) } f(-2).$$

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

ТК-2

Варіант I

- I. Дано функцію $y = f(x)$, де $f(x) = \sin 2x$.
- Знайти координати точок перетину графіка функції $y = f(x)$ з прямими:
 - $x = \pi/6$; б) $y = -1/2$.
 - Обчислити $f(x)$, якщо
 - $x = 15^\circ$; б) $x = -\pi/3$.
 - При яких значеннях x графік функції проходить вище прямої $y = 1/2$.
 - Накреслити графік функції $y = f(x)$.
- II. Обчислити:
- $\arcsin(-1/2) + \arccos\sqrt{2}/2$; б) $\arcsin\sqrt{3}/2 + \arccos(-\sqrt{2}/2)$;
 - $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arctg}1/\sqrt{3}$; г) $\operatorname{arctg}1/\sqrt{3} + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$.
- III. Звести до однойменних функцій гострого кута:
- $\cos 13\pi/3$ б) $\operatorname{ctg} 1070^\circ$.

ТК-2

Варіант II

- I. Дано функцію $y = f(x)$, де $f(x) = 3\operatorname{tg}x$.
- Знайти координати точок перетину графіка функції $y = f(x)$ з прямими:
 - $x = \pi/6$; б) $y = -3$.
 - Обчислити $f(x)$, якщо
 - $x = -60^\circ$; б) $x = \pi/4$.
 - При яких значеннях x графік функції проходить нижче прямої $y = 0$.
 - Накреслити графік функції $y = f(x)$.
- II. Обчислити:
- $\arcsin\sqrt{2}/2 + \arccos(-1/2)$; б) $\arcsin(-\sqrt{3}/2) + \arccos\sqrt{2}/2$;
 - $\operatorname{arctg}\sqrt{3} + \operatorname{arctg}(-1/\sqrt{3})$; г) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arctg}\sqrt{3}$.
- III. Звести до однойменних функцій гострого кута:
- $\sin 17\pi/3$; б) $\operatorname{tg} 560^\circ$.

СТЕПЕНЕВА, ПОКАЗНИКОВА І ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ

ТК-3

Варіант I

- I. Дано вираз: $f(x) = 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x$.
- Довести, що $f(x) = 3^x$.
 - В яких точках графік функції $y = f(x)$ перетинає вісь y , прямі $x = 1$ та $y = 27$?
 - Знайти область визначення та множину значень функції $y = f(x)$.
 - Побудувати графік функції $y = f(x)$.
 - Обчислити $f(x_0)$, якщо а) $x_0 = 4$; б) $x_0 = -2$.
 - Знайти x , при яких а) $f(x) = 9$; б) $f(x) > 1/3$.
- II. Розв'язати рівняння:
- $\sqrt{4x-3} = 5$; б) $\sqrt{13-x^2} = 3$; в) $\sqrt{x^2-4x-1} = 2$.

ТК-3

Варіант II

- I. Дано вираз: $f(x) = 4\log_3 x + \log_3(1/x^3)$.
- Довести, що $f(x) = \log_3 x$.
 - В яких точках графік функції $y = f(x)$ перетинає вісь x , прямі $x = 9$ та $y = 1$?
 - Знайти область визначення та множину значень функції $y = f(x)$.
 - Обчислити $f(x_0)$, якщо а) $x_0 = 27$; б) $x_0 = 1/3$.
 - Знайти x , при яких а) $f(x) = -2$; б) $f(x) \geq 4$.
- II. Розв'язати рівняння:
- $\sqrt{x^2+x-1} = x$; б) $\sqrt{x} = x-2$; в) $\sqrt{x^2-20} = 3$; г) $(2x+6)^{1/3} = 4$.

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ І ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ ТА ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

ТК-4

Варіант I

- I. Точка M знаходиться поза площиною трикутника ABC . Точки A_1, B_1, C_1 , відповідно, ділять відрізки MA, MB, MC у відношенні 2:1, рахуючи від точки M .
- Визначити взаємне розміщення прямих A_1B_1 і AB .
 - Визначити взаємне розміщення прямої BC і площини $A_1B_1C_1$.
 - Побудувати площину, що проходить через точки M, B_1, C_1 .

4. Побудувати лінію перетину площини $A_1B_1C_1$ з площиною BCA_1 .
- 5*. Побудувати зображення медіани трикутника $A_1B_1C_1$, проведеної до сторони B_1C_1 і знайти її довжину, якщо $A_1B_1 = 3$ см, $B_1C_1 = 4$ см, а кут $A_1B_1C_1$ становить 60° .

II. Із точки O – перетину діагоналей ромба $ABCD$ ($AC \neq BD$) – проведено перпендикуляр OM до площини ромба. Яке із тверджень правильне?

- а) точка M рівновіддалена від вершин ромба;
 б) точка M рівновіддалена від сторін ромба;
 в) кут MAO дорівнює куту MBO ;
 г) пряма MB перпендикулярна до прямої BC .

III. Площини квадратів $ABCD$ і BB_1D_1D перпендикулярні, $BC = 3$ см. Обчислити відстань між точками A і D_1 .

ТК-4

Варіант II

I. Сторона AB паралелограма $ABCD$ лежить у площині α . Через вершини C і D проведено паралельні прямі, що перетинають площину α в точках C_1 і D_1 .

- 1°. Визначити взаємне розміщення прямої DC і площини α .
 2°. Визначити взаємне розміщення площин ADD_1 і BCC_1 .
 3°. Визначити взаємне розміщення прямих AD_1 і BC_1 .

4. Через середину відрізка AB провести площину β , паралельну площині ADD_1 .

5*. Побудувати зображення бісектриси кута BCA трикутника ABC і знайти її довжину, якщо $BC = AC = 6$ см, кут CBA дорівнює 60° .

II. Із точки O – перетину діагоналей квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр OM до площини квадрата. Яке із тверджень неправильне?

- а) точка M рівновіддалена від вершин квадрата;
 б) точка M рівновіддалена від сторін квадрата;
 в) пряма MA перпендикулярна до прямої AD ;
 г) пряма MO перпендикулярна до прямої AC .

III. Площини рівносторонніх трикутників ABC і ACD перпендикулярні. BM – медіана трикутника ABC . $BM = 5$ см. Обчислити відстань між точками B і D .

КООРДИНАТИ І ВЕКТОРИ

ТК-5

Варіант I

I. Дано точки $A(3; -1; 4)$, $B(5; 8; 1)$, $C(-2; 3; 5)$.

- 1)° знайти координати точки, симетричної точці A відносно площини yz ;
 2)° обчислити відстань від точки B до площини xz ;
 3)° знайти координати вектора $2\vec{AB} + \vec{AC}$;
 4) чи рівні між собою вектори \vec{AB} і \vec{CA} ?;
 5) до вектора \vec{BC} знайти колінеарний йому вектор із початком у точці A і кінцем у точці D , яка знаходиться у площині xu ;
 6) знайти $\cos \varphi$ між векторами \vec{BA} і \vec{CB} .
 7*) обчислити довжину вектора \vec{BP} , якщо $\vec{AP} = 3\vec{CP}$.

II. Довести, що чотирикутник $ABCD$ є паралелограмом, якщо $A(0; 2; -3)$, $B(-1; 1; 1)$, $C(2; -2; -1)$, $D(3; -1; -5)$.

ТК-5

Варіант II

I. Дано точки $A(3; 3; -2)$, $B(7; 4; 2)$, $C(4; -1; 5)$.

- 1)° знайти координати точки, симетричної точці B відносно площини xz ;
 2)° обчислити відстань від точки A до площини xu ;
 3)° знайти координати вектора $\vec{BA} - 3\vec{BC}$.
 4) чи рівні між собою вектори \vec{BC} і \vec{CA} ?;
 5) до вектора \vec{AB} знайти колінеарний йому вектор із початком у точці C і кінцем у точці D , яка знаходиться у площині yz ;
 6) знайти $\cos \varphi$ між векторами \vec{AC} і \vec{CB} .
 7*) обчислити довжину вектора \vec{AS} , якщо $\vec{BS} = -3\vec{CS}$.

II. Довести, що чотирикутник $ABCD$ є ромбом, якщо $A(5; 9; 6)$, $B(-2; 0; 4)$, $C(3; -1; 2)$, $D(10; 8; 4)$.

ПОХІДНА. ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ

ТК-6

Варіант I

I. Знайти похідну таких функцій:

$$a^{\circ}) y = -\cos x;$$

$$b^{\circ}) y = x/5;$$

$$b^{\circ}) y = x^6 \cdot e^x;$$

$$r^{\circ}) y = 2\operatorname{tg} x - 1.$$

II. Дослідити функцію $y = x^2 - x - 2$ та побудувати її графік.

ТК-6

Варіант II

I. Знайти похідну таких функцій:

$$a^{\circ}) y = 2e^{5x};$$

$$б^{\circ}) y = x \cdot \cos x;$$

$$в^{\circ}) y = -\sqrt{x};$$

$$г^{\circ}) y = 1 + \operatorname{ctg} x.$$

II. Дослідити функцію $y = -x^2 + 2x + 3$ та побудувати її графік.

ІНТЕГРАЛ. ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛУ

ТК-7

Варіант I

I. Знайти первісні таких функцій:

$$a^{\circ}) y = 10;$$

$$б^{\circ}) y = \frac{9}{\sin^2 x};$$

$$в^{\circ}) y = 15x^4 - 8;$$

$$г^{\circ}) y = 6x^5.$$

2. Обчислити інтеграл:

$$a) \int_{-1}^1 (x^7 - 1) dx;$$

$$б) \int_{\pi/6}^{\pi/4} 3 \cos x dx;$$

$$в) \int_4^9 dx / \sqrt{x}.$$

3. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

$$a) y = x^2; \quad y = 0; \quad x = 0; \quad x = 3.$$

$$б) y = \sin x; \quad y = 0; \quad x = \pi/3; \quad x = 4\pi/3.$$

ТК-7

Варіант II

I. Знайти первісні таких функцій:

$$a^{\circ}) y = 7;$$

$$б^{\circ}) y = -\frac{4}{\cos^2 x};$$

$$в^{\circ}) y = 11 + 12x^5;$$

$$г^{\circ}) y = 9x^8.$$

2. Обчислити інтеграл:

$$a) \int_{-1}^1 (x^6 + 1) dx;$$

$$б) \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{5}{\sin^2 x} dx;$$

$$в) \int_0^2 e^x dx.$$

3. Знайти площу фігури, обмеженої лініями:

$$a) y = x^3; \quad y = 0; \quad x = 0; \quad x = 2.$$

$$б) y = \cos x; \quad y = 0; \quad x = 2\pi/3; \quad x = 3\pi/2.$$

ГЕОМЕТРИЧНІ ТІЛА І ПОВЕРХНІ

ТК-8

Варіант I

I. Діагональ основи прямої правильної чотирикутної призми дорівнює 6 см. Діагональ бічної грані нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайти:

1^o. Бічне ребро призми.

2^o. Площу перерізу, що проходить через діагональ основи та бічне ребро призми.

II. Радіус основи прямого конуса 3 см, а висота 4 см. Знайти:

1^o. Твірну конуса.

2^o. Площу осьового перерізу конуса.

III*. Двогранний кут дорівнює 30° . На одній із граней дано точку, яка знаходиться на відстані 10 м від ребра двогранного кута. Знайти відстань від цієї точки до другої грані.

IV. Побудувати переріз прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, яка проходить через точки A, C і середину DD_1 .

ТК-8

Варіант II

I. Діагональ основи правильної чотирикутної піраміди 8 см. Бічне ребро нахилене до основи піраміди під кутом 60° . Знайти:

1^o. Висоту піраміди.

2^o. Площу перерізу що проходить через діагональ основи та бічне ребро.

- II. Радіус основи прямого циліндра 3см, а діагональ осьового перерізу 10см. Знайти:
 1°. Висоту циліндра.
 2°. Площу осьового перерізу циліндра.

- III*. Точка взята на одній із граней двогранного кута і знаходиться від другої грані на відстані 6м, а від ребра двогранного кута – на відстані 12м. Визначити величину двогранного кута.

- IV. Побудувати переріз куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, яка проходить через точки K, P, T – середини ребер AB, BB_1, BC .

ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ

ТК-9

Варіант I

- I. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда 3м і 4м. Діагональ бічної грані утворює з більшою стороною основи кут 45° . Знайти об'єм цього паралелепіпеда.
- II. Діагональ основи правильної чотирикутної піраміди 10см, а бічне ребро 13см. Знайти:
 1°. Об'єм піраміди.
 2. Діаметр кулі рівновеликої даній піраміди.
- III. Осьовий переріз циліндра – квадрат із стороною 6см. Знайти:
 1°. Об'єм циліндра.
 2°. Площу основи циліндра.
 3*. Площу сфери описаної навколо циліндра.

ТК-9

Варіант II

- I. Основа прямої призми – прямокутний трикутник з катетами 5см і 8см. Знайти об'єм призми, якщо її бічне ребро 10см.
- II°. Об'єм циліндра $8\pi\sqrt{7}m^3$, а його висота $2\sqrt{7}m$. Знайти діаметр основи циліндра.
- III. Радіус основи прямого кругового конуса 4см і утворює з твірною кут 60° . Знайти:
 1°. Об'єм конуса.
 2°. Площу бічної поверхні конуса.
 3. Радіус кулі рівновеликої конусові.

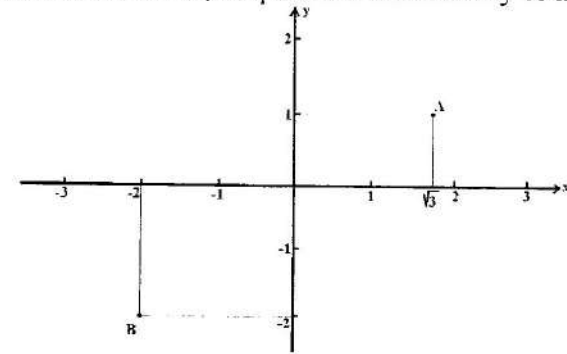
- 4*. Об'єм куба, нижня основа якого міститься на основі конуса, а вершини верхньої основи належать бічній поверхні конуса.

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА І ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ. ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

ТК-10

Варіант I

- I. Дано два комплексних числа, зображених на малюнку точками A і B .



- 1°. Записати дані числа в алгебричній формі.
 2°. Записати дані числа в тригонометричній формі.
 3°. Знайти суму і частку комплексних чисел поданих в алгебричній формі.

- II. Обчислити:

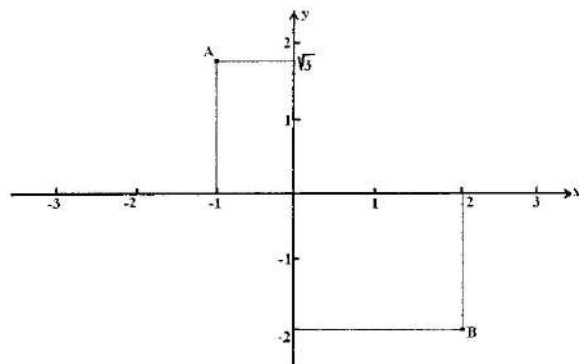
а) $P_4 + P_5$; б) $A^4_{10} - A^2_{10}$; в) $A^3_{20} - C^3_{20}$.

- III*. Скількома способами із семи різних книг можна вибрати три довільні? Визначити ймовірність того, що всі три книги матимуть однакову кількість сторінок, якщо таких книг є 5.

- IV. Група студентів у кількості 20 осіб підтягувалися на перекладині. Результати підтягування були такі: 12, 14, 9, 10, 10, 12, 11, 8, 9, 7, 10, 10, 13, 15, 10, 9, 14, 10, 11, 13.

- 1°. Скласти статистичну таблицю розподілу вибірки.
 2. Знайти моду та медіану.
 3. Обчислити середнє значення числа підтягувань студентів на перекладині.

I. Дано два комплексних числа, зображених на малюнку точками А і В.



- 1°. Записати дані числа в алгебричній формі.
- 2°. Записати дані числа в тригонометричній формі.
- 3°. Знайти різницю і добуток комплексних чисел поданих в алгебричній формі.

II. Обчислити:

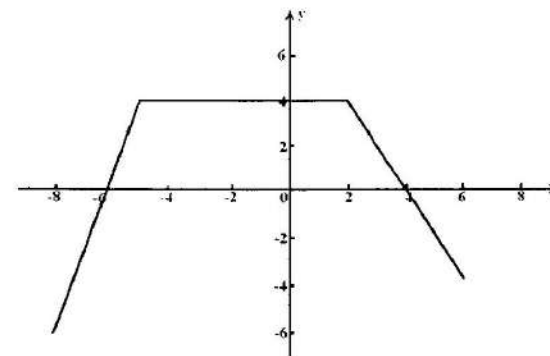
а) $P_6 - P_5$; б) $A^3_8 + A^2_8$; в) $A^4_{15} + C^4_{15}$.

III*. Із 25 студентів одного треба послати за крейдою, другого – за глобусом, третього – за історичною картою. Скількома способами це можна зробити? Визначити ймовірність того, що доручення виконуватимуть хлопці, якщо їх 15?

IV. Протягом перших десяти днів квітня температура повітря о 8 годині ранку була такою: $7^\circ, 5^\circ, 3^\circ, 7^\circ, 6^\circ, 6^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 5^\circ$.

- 1°. Знайти середнє значення вибірки.
2. Знайти моду і медіану.
3. Побудувати гістограму.

I. Для функції, графік якої зображено на малюнку, знайти:



- 1°. Область її визначення.
- 2°. Множину її значень.
- 3°. Проміжки зростання та спадання.
- 4°. Значення аргументу, для яких значення функції дорівнює нулю.
- 5°. Проміжки, на яких функція набуває додатних та від'ємних значень.

II. Дано функцію $y = f(x)$, де $f(x) = \cos 2x$.

1. Знайти координати точок перетину графіка функції $y = f(x)$ з прямими:
 - а) $x = \pi/3$; б) $y = -1/2$.
- 2°. Обчислити $f(x)$, якщо
 - а) $x = 30^\circ$; б) $x = \pi/12$.
3. При яких значеннях x графік функції проходить вище прямої $y = 1/2$.

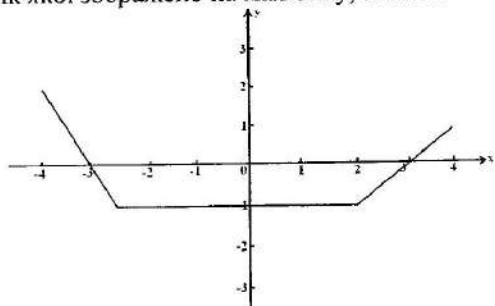
III. Дано вираз: $f(x) = 2 \cdot 2^{x-1} + 2^x$.

- 1°. Довести, що $f(x) = 2^{x+1}$.
- 2°. Обчислити $f(x_0)$, якщо а) $x_0 = 1$; б) $x_0 = -2$.
3. Знайти x , при яких а) $f(x) = 4$; б) $f(x) > 1$.
- 4*. Розв'язати рівняння: $f(x) = a$, де a – дійсне число.

IV. Точка D знаходиться поза площиною трикутника ABC. Точки A_1, B_1, C_1 відповідно є серединами відрізків DA, DB, DC.

1. Побудуйте площину, що проходить через точки A_1, B_1, C_1 .
2. Визначте взаємне розміщення площин ABC та $A_1B_1C_1$.

I. Для функції, графік якої зображено на малюнку, знайти:



- 1°. Область її визначення.
- 2°. Множину її значень.
- 3°. Проміжки зростання та спадання.
- 4°. Значення аргументу, для яких значення функції дорівнює нулю.
- 5°. Проміжки, на яких функція набуває додатних та від'ємних значень.

II. Дано функцію $y = f(x)$, де $f(x) = -3\text{ctg}x$.

1. Знайти координати точок перетину графіка функції $y = f(x)$ з прямими:
 - а) $x = \pi/3$; б) $y = 3$.
- 2°. Обчислити $f(x)$, якщо
 - а) $x = 30^\circ$; б) $x = \pi/2$.
3. При яких значеннях x графік функції проходить нижче прямої $y = 0$.

III. Дано вираз: $f(x) = 2\log_3 x + \log_3 (1/x)$.

- 1°. Довести, що $f(x) = \log_3 x$.
- 2°. Обчислити $f(x_0)$, якщо а) $x_0 = 1/27$; б) $x_0 = 3$.
3. Знайти x , при яких а) $f(x) = -1$; б) $f(x) \geq 0$.
- 4*. Розв'язати рівняння: $f(|x|) = 1$.

IV. Точка M знаходиться поза площиною квадрата $ABCD$ на однаковій відстані від усіх його вершин.

1. Визначте взаємне розміщення прямої MO і площини $ABCD$, де O є центром квадрата.
2. Побудуйте площину, що проходить через точки B, M, D .

I. Дано точки $A(1; 3; 4)$, $B(2; 5; 6)$, $C(3; 2; 6)$.

- а)° знайти координати точки, симетричної точці C відносно площини xOy ;
- б)° обчислити довжину відрізка \overline{AC} ;
- в)° знайти координати вектора $\overline{AB} - 3\overline{CB}$.

II. Радіус основи конуса 6см , а твірна з площиною основи утворює кут 60° .

Знайти:

1. Площу бічної поверхні конуса.
- 2*. Об'єм циліндра висотою 4см , вписаного в конус, основа якого лежить на основі конуса.

III. Дано функцію $f(x) = x^4 + 2$.

1. Знайти $f'(-1)$.

2. Обчислити $\int_{-1}^1 f(x)dx$.

IV. Скількома способами можна обрати президію з трьох осіб на зборах групи, де присутні 30 студентів? Яка ймовірність того, що в президії із 20 присутніх сидітиме троє дівчат?

I. Дано точки $A(2; 3; 7)$, $B(2; -5; 1)$, $C(3; -1; 1)$.

- а)° знайти координати точки, симетричної точці B відносно площини xOz ;
- б)° обчислити довжину відрізка \overline{AB} ;
- в)° знайти координати вектора $2\overline{AB} + \overline{CA}$.

II. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди 4см , а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом 60° . Знайти:

1. Площу повної поверхні піраміди.
- 2*. Об'єм зрізаної піраміди, утвореної перетином даної піраміди площиною, що паралельна основі і поділяє висоту піраміди пополам.

III. Дано функцію $f(x) = 2\cos x - 1$.

1. Знайти $f'(\pi/3)$.

2. Обчислити $\int_0^{\pi/6} f(x)dx$.

IV. Скількома способами можна розмістити 6 осіб за круглим столом, біля якого стоїть 6 стільців? Яка ймовірність того, що дві певні особи сидітимуть поряд?

3.4. Завдання для діагностики рівня математичної підготовки випускників дев'ятих класів

Варіант I

1. Обчислити:

а) $\frac{5}{8} - \frac{3}{5}$; б) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$; в) 15% від числа 60;

г) число, якщо 6% від нього становить 120.

2. Розв'язати рівняння і нерівність:

а) $\frac{2x+3}{7} = 1$; б) $2x^2 - 7x - 4 = 0$; в) $x - 2 < 3x - 5$.

3. Побудувати графік функції:

а) $y = 2x - 5$; б) $y = 4$.

4. У прямокутному трикутнику ABC із гіпотенузою c і катетами a , b знайти:

а) c , якщо відомі a , b ; б) c , b , якщо відомі A , a .

5. Спростити вираз:

а) $(4 + 3\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{34}) - \frac{9}{10}$; б) $(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2+2ab+b^2}) : (\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2})$.

Варіант II

1. Обчислити:

а) $\frac{7}{8} + \frac{2}{7}$; б) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9}$; в) 10% від числа 90;

г) число, якщо 5% від нього становить 105.

2. Розв'язати рівняння і нерівність:

а) $\frac{5}{3x-1} = 1$; б) $2x^2 - 3x - 2 = 0$; в) $2x - 1 > 5x - 4$.

3. Побудувати графік функції:

а) $y = -3x + 2$; б) $y = -1$.

4. У прямокутному трикутнику ABC із гіпотенузою c і катетами a , b знайти:

а) a , якщо відомі c , b ; б) a , b , якщо відомі A , c .

5. Спростити вираз:

а) $(5 - 2\frac{4}{5} : \frac{9}{10}) + \frac{1}{9}$; б) $\frac{x^6 + 2x^3 - 8}{x^3 + 4}$.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Критерії оцінювання навчальних досягнень з математики студентів першого курсу вищих навчальних закладів культури і мистецтв першого та другого рівнів акредитації	3
1.1. Вихідні положення	3
1.2. Критерії оцінювання навчальних досягнень	4
2. Тематичний та підсумковий контроль	7
2.1. Загальні положення	7
2.2. Вимоги до контрольних робіт	8
2.3. Оцінювання навчальних досягнень студентів з математики	8
3. Тексти контрольних робіт	10
3.1. Характеристика текстів	10
3.2. Тематичні контрольні роботи	10
3.3. Підсумкові (залікові) контрольні роботи	21
3.4. Завдання для діагностики рівня математичної підготовки випускників дев'ятих класів	24